



北京航空航天大学  
BEI HANG UNIVERSITY



冯如杯

第二十七届“冯如杯”学生学术科技作品竞赛

基于四元数混合控制鲁棒全局姿态追踪算法的异构全向多旋翼飞行器的建模与实现

# CATALOGUE

1



项目背景

2



项目意义

3



多旋翼建模

4



具体实现



# 1. 项目背景

# 项目背景

- 多旋翼凭借稳定性与机动性的全面表现在消费级市场表现强势
- 目前的平面多旋翼为欠驱动系统，平动与转动耦合，无法实现全向运动，从而平动自由度的调整必然伴随着姿态的调整，这导致
  - 1) 航拍及精准视觉定位需要依托云台
  - 2) 位置控制与姿态控制的耦合
  - 3) 制约了其在超复杂飞行任务中的表现
- **全向多旋翼**还处在实验室阶段，没有一款投入市场



## 2. 项目意义

### 全向与控制系统简化

(1) 平动和转动解耦（桨盘不在同一个平面上）

$$\begin{pmatrix} \mathbf{f} \\ \mathbf{t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{P} \times \mathbf{X} \end{pmatrix} f_{prop}$$

(2) 惯性张量各向同性（特定空间配置）

$$\mathbf{J} = \mathbf{R}\mathbf{J}\mathbf{R}^T$$

$$\mathbf{J}^b \dot{\boldsymbol{\omega}} = -{}^b \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{J}^b \boldsymbol{\omega}) + \mathbf{G}_a + \boldsymbol{\tau}$$



# 3. 多旋翼建模

# 建模

1 非线性规划确定最优空间配置

2 摩尔-彭罗斯矩阵与控制分配模型

3 四元数混合控制

4 控制策略



# 建模 · 非线性规划确定最优空间配置

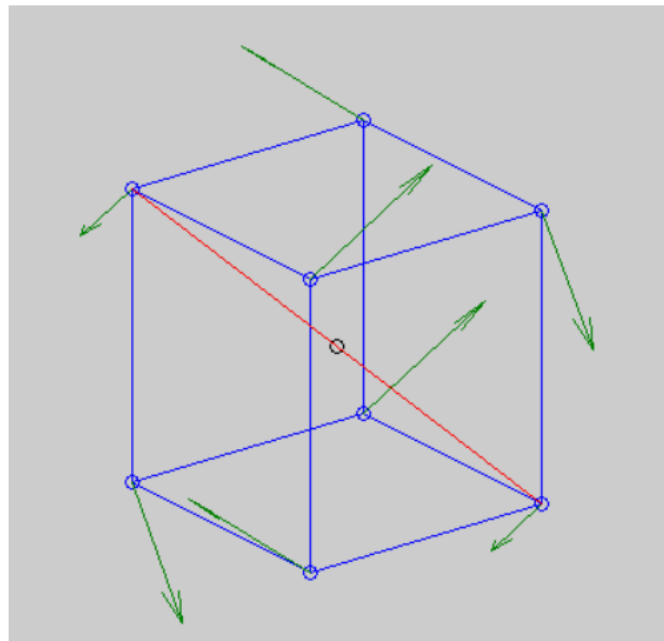
目标函数:  $r_{max} = \|\mathbf{y}\|_{2max}$

等式约束:  $\|\mathbf{x}_i\|_2 = 1, i = 1, 2 \dots, N$

不等式约束:  $\|\mathbf{f}_{prop}\|_\infty \leq f_{prop, max}$

$$X = \begin{pmatrix} -a & b & -b & a & a & -b & b & -a \\ b & a & -a & -b & -b & -a & a & b \\ c & -c & -c & c & c & -c & -c & c \end{pmatrix}$$

$$a = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{12}}, b = \frac{1}{2} - \frac{2}{\sqrt{12}}, c = \frac{1}{\sqrt{3}}$$



$$f_{prop, min} \leq \frac{f_{prop, max} - f_{prop, min}}{2}$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{f} \\ \mathbf{t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{P} \times \mathbf{X} \end{pmatrix} \mathbf{f}_{prop}$$

$$\mathbf{M}^\dagger = \mathbf{M}^T (\mathbf{M}\mathbf{M}^T)^{-1}$$

$$\mathbf{f}_{prop} = \mathbf{M}^\dagger \begin{pmatrix} \mathbf{f}_{des} \\ \mathbf{t}_{des} \end{pmatrix}$$

# 建模 · 四元数混合控制

## · 使用完全四元数姿态表示的必要性

1. 欧拉角的奇异问题与四元数表示

2. 动量矩定理的简化

$$\begin{cases} {}^e \dot{\mathbf{p}} = {}^e \mathbf{v} \\ {}^e \dot{\mathbf{v}} = g\mathbf{e}_3 - \frac{f}{m} \mathbf{R}_b^e \cdot \mathbf{e}_3 \\ \dot{\boldsymbol{\Theta}} = \mathbf{W} \cdot {}^b \boldsymbol{\omega} \\ \mathbf{J}^b \dot{\boldsymbol{\omega}} = -{}^b \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{J}^b \boldsymbol{\omega}) + \mathbf{G}_a + \boldsymbol{\tau} \end{cases}$$

$$\begin{cases} {}^e \dot{\mathbf{p}} = {}^e \mathbf{v} \\ {}^e \dot{\mathbf{v}} = g\mathbf{e}_3 - \frac{f}{m} \mathbf{R}_b^e \cdot \mathbf{e}_3 \\ \dot{q}_0 = -\frac{1}{2} \mathbf{q}_v^T \cdot {}^b \boldsymbol{\omega} \\ \dot{\mathbf{q}}_v = \frac{1}{2} (q_0 \mathbf{I}_3 + [\mathbf{q}_v]_{\times}) {}^b \boldsymbol{\omega} \\ \mathbf{J}^b \dot{\boldsymbol{\omega}} = -{}^b \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{J}^b \boldsymbol{\omega}) + \mathbf{G}_a + \boldsymbol{\tau} \end{cases}$$

### · 四元数混合控制鲁棒全局姿态追踪算法

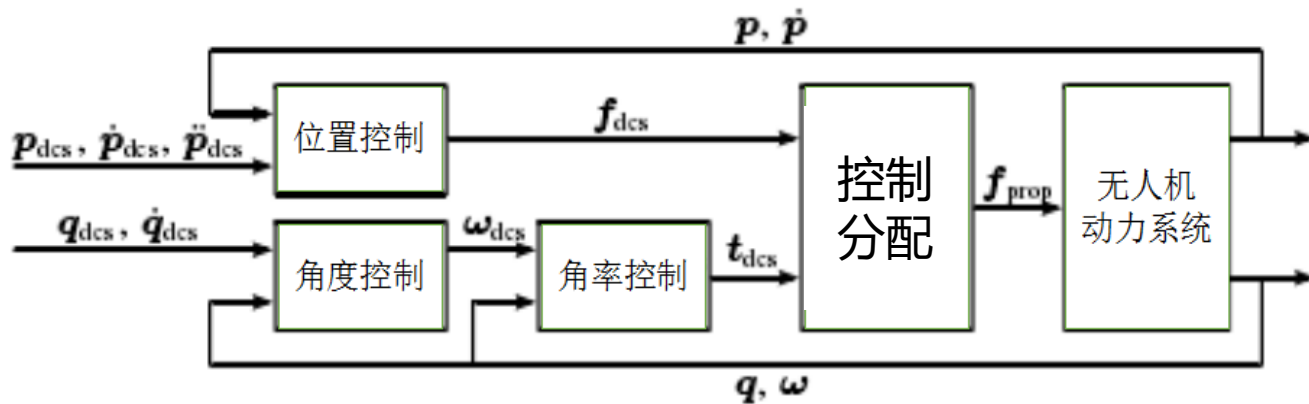
该项目的控制系统面临的理论难点有三个

- (1) 刚体的状态空间与任何欧几里得空间不同胚，是一个无边界紧致流形（拓扑约束）
- (2) 四元数姿态表示，正负四元数映射到同一姿态，其中一个是稳定点，一个是不稳定，因此控制上存在“循环问题”、对任意小角度扰动的敏感问题
- (3) 全向多旋翼系统必须为全局渐进稳定系统

基于以上三点，我们采用了2011 IEEE Transactions on Automatic Control 上发表的四元数混合控制鲁棒全局姿态追踪算法（Quaternion-based hybrid control for robust global attitude tracking algorithm）

## 建模 · 控制策略

- 位置控制和角度控制由两个独立控制环路完成，如下所示
- 目前位置控制没有实现，只是实现了角度部分，位置部分直接靠手调（遥控器输出对应平动力大小，做了一次大地坐标向随体的转换）



## 外环控制:

首先，外控制环解算出控制所需角速率以追随给定的姿态角度。角速率被内环控制。系统角速度响应遵循时间常数  $\Gamma_{att}$ ，

角度误差为：
$$q_{err} = q^{-1} \cdot q_{des}$$

目标角速度为：
$$\omega_{des} = \frac{2}{\tau_{att}} \operatorname{sgn}(q_{err,0}) q_{err,1:3} + \omega_{ff}$$

其中  $\omega_{ff} = 2q_{err} \cdot q_{des}^{-1} \cdot \dot{q}_{des} \cdot q_{err}^{-1}$  为前馈

### 内环控制与控制分配:

·内控制环跟随姿态角速度设计基于角速度误差遵循于以时间常量 $t$ 的一阶系统, 解算求出控制力矩

$$\mathbf{t}_{des} = \frac{1}{\tau_{\omega}} J(\boldsymbol{\omega}_{des} - \boldsymbol{\omega})$$

最后利用摩尔-彭罗斯矩阵进行对八个螺旋桨的力进行分配

$$\mathbf{f}_{prop} = \mathbf{M}^{\dagger} \begin{pmatrix} \mathbf{f}_{des} \\ \mathbf{t}_{des} \end{pmatrix}$$

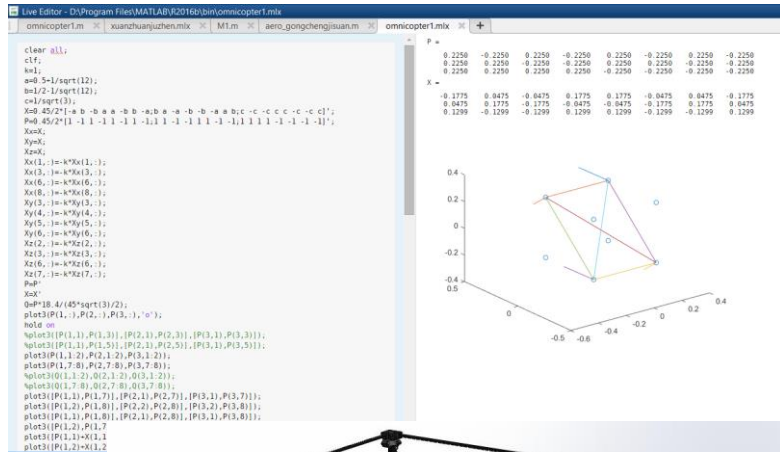


## 4. 具体实现

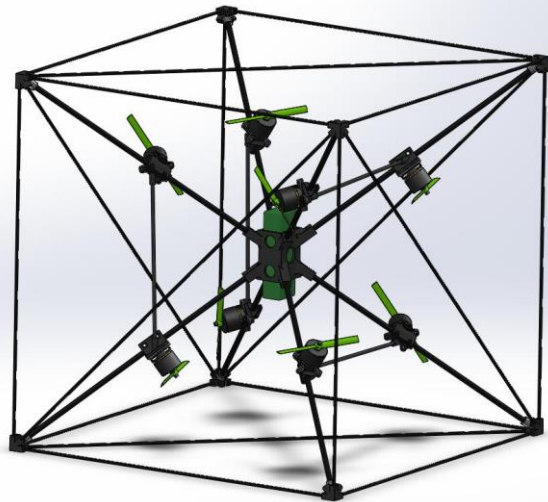


# 实现 · 结构

· Solidworks与Matlab联合设计对三维模型精准建模，尤其是电机的精准定位



· 3D打印连接件+碳管：高精度实现三维模型，构成质量轻、强度大的框架



## 实现 · 硬件

- 双向电调+无刷电机+气动对称螺旋桨：单个电机即可获得正反向推力
- GY-901姿态传感器：获取姿态信息
- Pozyx UWB 定位系统：获取空间位置信息

## ——三层易维护可扩展架构

### ·应用层 (APP)

利用API构建飞控应用

### ·事务处理层 (TPS)

初始化各种组件, 提供API接口

辅助调试

安全保障

### ·数据处理层 (DPS)

飞控核心算法

遥控信号接收, 电调驱动

位置、姿态数据读取

# 实现 · 地面站软件

- 解析回传数据，直观显示
- 生成.CSV记录，便于分析



请评委老师指正！

